УДК 519.8

МЕТОДЫ «РОЕВОГО» ИНТЕЛЛЕКТА В ЗАДАЧАХ ОПТИМИЗАЦИИ ПАРАМЕТРОВ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

А.В. ПАНТЕЛЕЕВ[1], М.Д. ЕВДОКИМОВА[1]
[1]*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), г. Москва, Россия*

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 16-07-00419 А

Важным этапом процесса решения задач проектирования ракетно-космических и авиационных конструкций является осуществление расчетов по оптимизации их ключевых характеристик. В статье приведены результаты решения четырех прикладных задач условной оптимизации, связанных с проектированием различных технических систем: определения наилучших параметров сварной балки, сосуда высокого давления, редуктора, пружины. Целью каждой задачи является минимизация стоимости или веса конструкции. Целевые функции в практических задачах оптимизации представляют собой нелинейные функции с большим числом переменных и сложным рельефом поверхностей уровня. Поэтому применение классических методов поиска экстремума неэффективно. Возникает необходимость использования таких методов оптимизации, которые позволяют находить решение, близкое к оптимальному, за приемлемое время с наименьшими затратами вычислительных ресурсов. К таким методам относятся методы «роевого» интеллекта: метод, имитирующий спиральную динамику; метод, имитирующий поиск группой людей; метод стохастической диффузии, относящиеся к метаэвристическим. Методы «роевого» интеллекта сконструированы таким образом, что поиск точки экстремума производится популяцией (стаей), состоящей из агентов. Агенты (частицы) в ходе поиска точки экстремума обмениваются информацией, учитывают свой опыт, а также опыт лидера популяции и соседей, входящих в некоторую окрестность. Для решения перечисленных задач разработан комплекс программ, эффективность которого продемонстрирована результатами решения четырех прикладных задач. Каждая из рассмотренных прикладных задач оптимизации решена всеми тремя выбранными методами. Полученные численные результаты сравнимы с найденными методом частиц в стае. Приведены рекомендации по выбору параметров методов и значений функций штрафа, учитывающих выполнение ограничений типа неравенств.

Ключевые слова: «роевой» интеллект, методы оптимизации, глобальный экстремум, штрафная функция.

ВВЕДЕНИЕ

Важным этапом процесса решения задач проектирования ракетно-космических и авиационных конструкций является осуществление расчетов по оптимизации их ключевых характеристик. Целевые функции в практических задачах оптимизации представляют собой нелинейные функции с большим числом переменных и сложным рельефом поверхностей уровня. Поэтому применение классических методов поиска экстремума неэффективно. Возникает необходимость создания таких методов оптимизации, которые позволяют находить решение, близкое к оптимальному, за приемлемое время с наименьшими затратами вычислительных ресурсов. К таким методам принадлежат методы «роевого» интеллекта, относящиеся к метаэвристическим [1–3]. В статье рассмотрены три метода: метод, имитирующий спиральную динамику [4, 5]; метод стохастической диффузии [6]; метод, имитирующий поиск группой людей [7]. Рассматриваемые алгоритмы поиска условного глобального экстремума применимы к задачам оптимизации параметров различных технических систем. В статье рассматриваются четыре прикладные задачи, связанные с инженерной деятельностью, – задачи определения параметров сварной балки, сосуда высокого давления, редуктора и натяжной/компрессионной пружины [8, 9]. Применение методов «роевого интеллекта», разработанных для параллелепипедных ограничений, к данным задачам становится возможным в результате использования метода внешних штрафов, приводящего к задачам оптимизации вспомогательной функции при условии подбора параметров штрафа [10].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Дана целевая функция $f(x) = f(x_1, x_2, ..., x_n)$, определенная на множестве допустимых решений $D \subseteq R^n$. Требуется найти условный глобальный минимум функции $f(x)$ на множестве D, т. е. такую точку $x^* \in D$, что $f(x^*) = \min\limits_{x \in D} f(x)$, где $x = (x_1, x_2, ..., x_n)^T$, $D = \{x \mid x_i \in [a_i, b_i], i = 1, 2, ..., n\}$. Если в задаче имеются ограничения $g^j(x) \le 0$, $j = 1, ..., m$, проблема сводится к задаче поиска глобального минимума вспомогательной функции $F(x_1, ..., x_n)$, полученной с помощью применения метода внешних штрафов: $F(x) = f(x) + \sum\limits_{j=1}^{m} c_j \cdot \left[\max\{0, g^j(x)\}\right]^2$, где c_j – параметры штрафа.

СТРАТЕГИИ МЕТОДОВ «РОЕВОГО» ИНТЕЛЛЕКТА

Для решения задачи минимизации вспомогательной функции предлагается использовать три метода «роевого интеллекта».

Метод спиральной динамики (Spiral Dynamics Algorithm) имитирует движение частиц по логарифмической спирали [4, 5]. В начале работы метода случайным образом генерируется некоторый набор начальных точек (частиц) $I = \{x^j = (x_1^j, x_2^j, ..., x_n^j)^T, j = 1, ..., NP\} \subset D$, называемый популяцией, где x^j – частица с номером j, NP – количество частиц в популяции. Каждая частица является возможным решением оптимизационной задачи и задает начало спирали, из которого затем начнется движение к ее центру. Значение целевой функции $f(x)$ определяет положение частицы $x = (x_1, x_2, ..., x_n)^T$ на спирали. Чем меньше значение целевой функции, тем ближе частица к центру спирали. Метод спиральной динамики представляет собой итерационный процесс, на каждой итерации которого реализуется процедура улучшения текущей популяции путем движения каждой частицы по спирали. Каждая спираль при этом характеризуется постоянным углом поворота θ и переменным радиусом r. Величина радиуса спирали выбирается из заданного отрезка $[r_{\min}; r_{\max}]$ и зависит от величины целевой функции – чем меньше ее значение, тем меньше радиус спирали. Угол поворота θ определяет вид матриц вращения $R_{i,j}^n(\theta)$, $i = 1, 2, ..., n$, $j = 1, 2, ..., n$ и оператора изменения текущего положения частицы

$$S_n(\theta) = \prod_{i=1}^{n-1} \left(\prod_{j=1}^{i} R_{n-1, n+1-j}^n(\theta) \right).$$

Каждое новое положение частицы на спирали вычисляется с использованием информации о старом положении частицы $x^j(k)$, параметрах спирали и положении наилучшей частицы в популяции x^{best}:

$$x^j(k+1) = r^j \cdot S_n(\theta) x^j(k) - \left[S_n(\theta) - E_n\right] x^{best},$$

где k – номер итерации, E_n – единичная матрица порядка n, $j = 1, ..., NP$.

Метод стохастической диффузии (Stochastic Diffusion Search – SDS) является мультиагентным [6]. Процедура использует прямую связь между агентами, обеспечивающую поведение всей совокупности агентов, характеризуемое как «роевой интеллект». Она включает две фазы. На первой фазе (фазе тестирования) каждый агент проверяет потенциальное решение проблемы, на второй фазе (фазе диффузии) агенты обмениваются информацией друг с другом. В начале поиска генерируется популяция из NP агентов (решений) на множестве D с помощью равномерного закона распределения. Далее для всех решений находятся значения целевой функции. На фазе тестирования каждый агент x^j сравнивает величину целевой функции с другим, случайно выбранным из популяции. Если у него величина целевой функции $f(x^j)$ лучше (меньше), он получает статус «активный», а иначе – «неактивный». Если у агента x^j статус «активный», то реализуется интенсивный поиск в окрестности x^j. Если у агента x^j статус «неактивный», то случайным образом из популяции выбирается агент x^k. Если агент x^k имеет статус «активный», то новые координаты агента x^j находятся в процессе поиска в окрестности агента x^k. Если агент x^k имеет статус «неактивный», то начинается процесс диверсификации. Новые координаты находятся по формуле

$$x_i^{j,New} = a_i + \omega \cdot [b_i - a_i], \ \omega \sim U[0;1].$$

В конце второй фазы из всех агентов выбирается наилучший (решение x^{best}). На каждой итерации последовательно реализуются две фазы. Процедура завершается по достижении максимального числа итераций.

Метод, имитирующий поиск группой людей, моделирует поиск группой людей, использующих память, опыт, принятие решений в условиях неопределенности, взаимодействие друг с другом [7]. Направление поиска определяется эгоистическим поведением, альтруистическим поведением и профессиональным поведением. Величина шага определяется поведением при принятии решений в условиях неопределенности.

Все исследователи делятся на три подгруппы с номерами $m = 1, 2, 3$. Каждый исследователь (решение) характеризуется: t – номером итерации; j – номером в подгруппе; m – номером подгруппы; положением $x^{m,j}(t) = \left(x_1^{m,j}(t), ..., x_n^{m,j}(t)\right)^T$; лучшей персональной позицией $x_{best}^{m,j}(t)$ за t итераций; $x_{\min(3)}^{m,j}(t)$ – наилучшим положением за три итерации с номерами $t, t-1, t-2$; $x_{\max(3)}^{m,j}(t)$ – наихудшим положением за три итерации с номерами $t, t-1, t-2$.

На начальной итерации генерируются NS исследователей (решений) на множестве D, используя равномерный закон распределения. Деление на три подгруппы с одинаковым числом исследователей S $(NS = 3S)$ происходит произвольно. Их положение обозначается $x^{m,j}(0)$, так как сначала номер итерации $t = 0$. На каждой итерации положение исследователя обновляется:

$$x_i^{m,j}(t+1) = x_i^{m,j}(t) + \alpha_i^{m,j}(t) \cdot d_i^{m,j}(t), \ i = 1, ..., n; \ m = 1, 2, 3;$$

где $x_i^{m,j}(t)$ – компонента положения $x^{m,j}(t), i = 1, ..., n,$ на итерации с номером t; $x_i^{m,j}(t+1)$ – компонента положения $x^{m,j}(t+1)$ на следующей итерации; $\alpha_i^{m,j}(t)$ – величина шага; $d_i^{m,j}(t)$ – i-я компонента направления поиска $d^{m,j}(t)$.

Перед следующей итерацией два наихудших исследователя в каждой подгруппе заменяются наилучшими решениями из двух других подгрупп с их характеристиками. Эта процедура реализует межподгрупповое обучение. Процесс поиска завершается по достижении максимального числа итераций. Поведение исследователя считается эгоистическим, если он верит, что должен двигаться к своей наилучшей позиции $x_{best}^{m,j}$. Альтруистическое поведение реализуется посредством обмена информацией между группами. Профессиональное поведение определяется желанием исследователя изменять направление поиска, опираясь на прошлый опыт.

ЗАДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ СВАРНОЙ БАЛКИ

Целью задачи является проектирование минимальной по стоимости конструкции балки, определяемой вектором параметров $x=(x_1,x_2,x_3,x_4)^T$. Кроме того, балка должна удовлетворять ограничениям по напряжению сдвига τ, изгиба σ, продольной нагрузке P_c и отклонению края балки δ [8]. Математическая постановка задачи:

$$f(x)=1{,}10471\cdot x_1^2\cdot x_2+0{,}04811\cdot x_3\cdot x_4\cdot(14+x_2),$$
$$g^1(x)=\tau(x)-13600\le 0,\ \ g^2(x)=\sigma(x)-30000\le 0,\ \ g^3(x)=x_1-x_4\le 0,$$
$$g^4(x)=0{,}10471\cdot x_1^2+0{,}04811\cdot x_3\cdot x_4\cdot(14+x_2)-5\le 0,$$
$$g^5(x)=0{,}125-x_1\le 0,\ \ g^6(x)=\delta(x)-0{,}25\le 0,$$
$$g^7(x)=6000-P_c(x)\le 0,\ \ D=[0{,}1;2{,}0]\times[0{,}1;10{,}0]\times[0{,}1;10{,}0]\times[0{,}1;2{,}0],$$

где $\tau(x)=\sqrt{(\tau')^2+(2\cdot\tau'\cdot\tau'')\cdot\dfrac{x_2}{2\cdot R}+(\tau'')^2}$, $\tau'=\dfrac{6000}{\sqrt{2}\cdot x_1\cdot x_2}$, $\tau''=\dfrac{M\cdot R}{J}$, $M=6000\cdot\left(14+\dfrac{x_2}{2}\right)$,

$$R=\sqrt{\frac{x_2^2}{4}+\left(\frac{x_1+x_3}{2}\right)^2},\quad J=2\sqrt{2}\cdot x_1\cdot x_2\cdot\left(\frac{x_2^2}{12}+\left(\frac{x_1+x_3}{2}\right)^2\right),\quad \sigma(x)=\frac{504000}{x_3^2\cdot x_4},\quad \delta(x)=\frac{65{,}856}{30\cdot x_3^3\cdot x_4},$$

$$P_c(x)=\frac{4{,}013\cdot 5\cdot 10^6\cdot\sqrt{x_3^2\cdot x_4^6}}{196}\cdot\left(1-\frac{x_3\cdot\sqrt{\frac{5}{8}}}{28}\right).$$

Параметры метода, имитирующего спиральную динамику: $NP=30$, $K_{\max}=200$, $\theta=\dfrac{\pi}{4}$, $r_{\min}=0{,}81$, $r_{\max}=0{,}91$, $c_1=0{,}81$, $c_2=0{,}91$. Коэффициенты штрафной функции: $c_1=0{,}001$, $c_2=0{,}001$, $c_3=10$, $c_4=1$, $c_5=1$, $c_6=1$, $c_7=0{,}001$. Параметры метода, имитирующего поиск группой людей: $SN=300$, $N=300$, $\mu_{\max}=1$, $\mu_{\min}=0{,}1$. Коэффициенты штрафной функции: $c_1=2$, $c_2=2$, $c_3=0{,}05$, $c_4=0{,}05$, $c_5=0{,}05$, $c_6=0{,}05$, $c_7=2$. Параметры метода стохастической диффузии: $NP=300$, $I_{\max}=300$, $\omega=0{,}1$. Коэффициенты штрафной функции: $c_1=15$, $c_2=15$, $c_3=15$, $c_4=15$, $c_5=15$, $c_6=15$, $c_7=15$. Результаты расчетов приведены в табл. 1.

Решение, найденное в [8]: $x^*=(0{,}20573;3{,}470489;9{,}036624;0{,}205729)^T$, $f(x^*)=1{,}724852$, $g^1(x^*)=-0{,}025400$, $g^2(x^*)=0{,}092700$, $g^3(x^*)=0{,}000001$, $g^4(x^*)=-3{,}432989$, $g^5(x^*)=-0{,}080730$, $g^6(x^*)=-0{,}235540$, $g^7(x^*)=0{,}055938$.

Таблица 1
Table 1

	Метод, имитирующий спиральную динамику	Метод, имитирующий поиск группой людей	Метод стохастической диффузии
	0,197379	0,243368	0,207677
x_2^*	3,585319	2,981940	3,243542
x_3^*	9,362954	8,675457	9,638324
x_4^*	0,204188	0,227474	0,184741
x_1^* $f(x^*)$	1,771751	1,807423	1,639592
$g^1(x^*)$	–162,749711	–221,202049	–79,878540
$g^2(x^*)$	–1843,833041	–561,583046	–632,741544
$g^3(x^*)$	–0,006809	0,015895	0,022936
$g^4(x^*)$	–3,378475	–3,381496	–3,518324
$g^5(x^*)$	–0,072379	–0,118368	–0,082677
$g^6(x^*)$	–0,236902	–0,235220	–0,236729
$g^7(x^*)$	–2159,991578	–4453,685886	–221,238912

ЗАДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ СОСУДА ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ

Целью задачи является определение минимальной по стоимости конструкции сосуда, заключающейся в определении вектора параметров $x=(x_1,x_2,x_3,x_4)^T$, соответствующих толщине, толщине головки, внутреннему радиусу и длине цилиндрической части [8]. Величины x_1 и x_2 являются дискретными величинами (описывающими кратность параметра величине $0,0625$).

Задача может быть формализована следующим образом:

$$f(x)=0{,}6224\cdot\tilde{x}_1\cdot x_3\cdot x_4+1{,}7781\cdot\tilde{x}_2\cdot x_3^2+3{,}1661\cdot\tilde{x}_1^2\cdot x_4+19{,}84\cdot\tilde{x}_1^2\cdot x_3$$

$$g^1(x)=-\tilde{x}_1+0{,}0193\cdot x_3\le 0,\; g^2(x)=-\tilde{x}_2+0{,}00954\cdot x_3\le 0,$$

$$g^3(x)=-\pi\cdot x_3^2\cdot x_4-\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot x_3^3+1296000\le 0,\quad g^4(x)=x_4-240\le 0,$$

$$D=[1;99{,}99]\times[1;99{,}99]\times[10;200]\times[10;200],$$

где $\tilde{x}_1=0{,}0625\cdot\langle x_1\rangle$, $\tilde{x}_2=0{,}0625\cdot\langle x_2\rangle$, $\langle\cdot\rangle$ – целая часть числа.

Параметры метода, имитирующего спиральную динамику: $NP=3000$, $K_{\max}=200$, $\theta=\frac{\pi}{4}$, $r_{\min}=0{,}81$, $r_{\max}=0{,}91$, $c_1=0{,}81$, $c_2=0{,}91$. Коэффициенты штрафной функции: $c_1=40000$, $c_2=35000$, $c_3=1000$, $c_4=900$. Параметры метода, имитирующего поиск группой людей: $SN=300$, $N=300$, $\mu_{\max}=1$, $\mu_{\min}=0{,}1$. Коэффициенты штрафной функции: $c_1=28000$, $c_2=26500$, $c_3=14000$, $c_4=13500$. Параметры метода стохастической диффузии: $NP=300$, $I_{\max}=300$, $\omega=0{,}1$, $h=0{,}5$. Коэффициенты штрафной функции: $c_1=55000$, $c_2=55000$, $c_3=20000$, $c_4=15000$. Результаты расчетов приведены в табл. 2.

Таблица 2
Table 2

	Метод, имитирующий спиральную динамику	Метод, имитирующий поиск группой людей	Метод стохастической диффузии
1	2	3	4
x_1^*	12,959685	12,002532	12,957966
x_2^*	6,730436	7,417437	6,675028
x_3^*	42,987671	41,657607	42,043837
x_4^*	165,920682	186,221143	178,667039
$f(x^*)$	5608,288853	5849,349005	5717,723601
$g^1(x^*)$	0,079662	0,053992	0,061446
$g^2(x^*)$	0,035102	–0,040086	0,026098
$g^3(x^*)$	$2{,}04\cdot 10^{-6}$	–22048,074721	–7511,32694487
$g^4(x^*)$	–74,079318	–53,778857	–61,33296084

Решение, найденное в [8]: $x^* = (13;7;42{,}098446;176{,}636596)^T$, $f(x^*) = 6059{,}714335$, $g^1(x^*) = 0{,}000000$, $g^2(x^*) = -0{,}035881$, $g^3(x^*) = -0{,}028761$, $g^4(x^*) = -63{,}363404$.

ЗАДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ РЕДУКТОРА

Целью является определение минимальной по весу конструкции редуктора, определяемой вектором параметров $x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7)^T$, соответствующих ширине лицевой стороны, длине зубцов, числу зубцов на шестерне, длине первого вала, длине второго вала, диаметру первого вала и диаметру второго вала [8]. Конструкция редуктора должна удовлетворять ограничениям по напряжению изгиба зубцов шестерни, поверхностному напряжению, поперечным отклонениям валов и напряжению на валах. Математическая постановка задачи:

$$f(x) = 0{,}7854\cdot x_1\cdot x_2^2\cdot(3{,}3333\cdot\langle x_3\rangle^2 + 14{,}9334\cdot\langle x_3\rangle - 43{,}0934) -$$
$$-1{,}508\cdot x_1\cdot(x_6^2 + x_7^2) + 7{,}4777\cdot(x_6^3 + x_7^3) + 0{,}7854\cdot(x_4\cdot x_6^2 + x_5\cdot x_7^2),$$

$$g^1(x) = \frac{27}{x_1\cdot x_2^2\cdot\langle x_3\rangle} - 1 \le 0,\quad g^2(x) = \frac{397{,}5}{x_1\cdot x_2^2\cdot\langle x_3\rangle^2} - 1 \le 0,$$

$$g^3(x) = \frac{1{,}93\cdot x_4^3}{x_2\cdot\langle x_3\rangle\cdot x_6^4} - 1 \le 0,\quad g^4(x) = \frac{1{,}93\cdot x_5^3}{x_2\cdot\langle x_3\rangle\cdot x_7^4} - 1 \le 0,$$

$$g^5(x) = \frac{1}{110\cdot x_6^3}\cdot\sqrt{\left(\frac{745\cdot x_4}{x_2\cdot\langle x_3\rangle}\right)^2 + 16{,}9\cdot 10^6} - 1 \le 0,$$

$$g^6(x) = \frac{1}{85\cdot x_7^3}\cdot\sqrt{\left(\frac{745\cdot x_5}{x_2\cdot\langle x_3\rangle}\right)^2 + 157{,}5\cdot 10^6} - 1 \le 0,$$

$$g^7(x) = \frac{x_2\cdot\langle x_3\rangle}{40} - 1 \le 0,$$

$$g^8(x) = \frac{5 \cdot x_2}{x_1} - 1 \le 0,\ g^9(x) = \frac{x_1}{12 \cdot x_2} - 1 \le 0,$$

$$g^{10}(x) = \frac{1{,}5 \cdot x_6 + 1{,}9}{x_5} - 1 \le 0,\ g^{11}(x) = \frac{1{,}1 \cdot x_7 + 1{,}9}{x_5} - 1 \le 0,$$

$$D = [2{,}6;3{,}6] \times [0{,}7;0{,}8] \times [17;28{,}99] \times [7{,}3;8{,}3] \times [7{,}8;8{,}3] \times [2{,}9;3{,}9] \times [5{,}0;5{,}5].$$

Параметры метода, имитирующего спиральную динамику: $NP = 30$, $K_{\max} = 200$, $\theta = \frac{\pi}{4}$, $r_{\min} = 0{,}81$, $r_{\max} = 0{,}91$, $c_1 = 0{,}81$, $c_2 = 0{,}91$. Коэффициенты штрафной функции: $c_1 = 8000$, $c_2 = 10000$, $c_3 = 9000$, $c_4 = 9000$, $c_5 = 9000$, $c_6 = 9000$, $c_7 = 9000$, $c_8 = 9000$, $c_9 = 9000$, $c_{10} = 9000$, $c_{11} = 9000$. Параметры метода, имитирующего поиск группой людей: $SN = 300$, $N = 300$, $\mu_{\max} = 1$, $\mu_{\min} = 0{,}1$. Коэффициенты штрафной функции: $c_1 = 5000$, $c_2 = 5000$, $c_3 = 5000$, $c_4 = 5000$, $c_5 = 5000$, $c_6 = 5000$, $c_7 = 5000$, $c_8 = 5000$, $c_9 = 5000$, $c_{10} = 5000$, $c_{11} = 5000$. Параметры метода стохастической диффузии: $NP = 300$, $I_{\max} = 300$, $\omega = 0{,}1$, $h = 0{,}5$. Коэффициенты штрафной функции: $c_1 = 6000$, $c_2 = 6000$, $c_3 = 6000$, $c_4 = 6000$, $c_5 = 6000$, $c_6 = 6000$, $c_7 = 6000$, $c_8 = 6000$, $c_9 = 6000$, $c_{10} = 6000$, $c_{11} = 6000$. Результаты даны в табл. 3.

Решение, найденное в [8], и соответствующие ему значения целевой функции и ограничений: $x^* = (3{,}5; 0{,}7; 17; 7{,}3; 7{,}8; 3{,}350214; 5{,}286683)^T$, $f(x^*) = 2996{,}348165$, $g^1(x^*) = -0{,}073915$, $g^2(x^*) = -0{,}197999$, $g^3(x^*) = -0{,}499172$, $g^4(x^*) = -0{,}901472$, $g^5(x^*) = 6 \cdot 10^{-7}$, $g^6(x^*) = 1{,}3 \cdot 10^{-7}$, $g^7(x^*) = -0{,}702500$, $g^8(x^*) = 0{,}0$, $g^9(x^*) = -0{,}583333$, $g^{10}(x^*) = -0{,}112138$, $g^{11}(x^*) = -0{,}010852$.

Таблица 3
Table 3

	Метод, имитирующий спиральную динамику	Метод, имитирующий поиск группой людей	Метод стохастической диффузии
x_1^*	3,279873	3,258588	3,286565
x_2^*	0,7	0,705924	0,704839
x_3^*	17,286057	17,962804	17,937055
x_4^*	7,306545	7,817410	7,897124
x_5^*	8,299977	8,117704	7,909504
x_6^*	3,284217	3,319163	3,318289
x_7^*	5,311058	5,171109	5,125802
$f(x^*)$	2994,639309	2919,805346	2926,072804
$g^1(x^*)$	–0,011762	–0,021932	–0,027271
$g^2(x^*)$	–0,144173	–0,152980	–0,157604
$g^3(x^*)$	–0,456225	–0,366969	–0,345713
$g^4(x^*)$	–0,883449	–0,879686	–0,884544
$g^5(x^*)$	0,061517	0,029129	0,030111
$g^6(x^*)$	–0,013606	0,068612	0,097158

Продолжение Таблицы 3

$g^7(x^*)$	–0,702500	–0,699982	–0,700443
$g^8(x^*)$	0,067114	0,083175	0,072305
$g^9(x^*)$	–0,609539	–0,615329	–0,611429
$g^{10}(x^*)$	–0,177549	–0,152624	–0,130485
$g^{11}(x^*)$	–0,067207	–0,065226	–0,046921

ЗАДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПРУЖИНЫ

Целью является определение минимальной по весу конструкции пружины, заключающейся в определении вектора параметров $x=(x_1,x_2,x_3)^T$, соответствующих диаметру проволоки, среднему диаметру витка и числу активных витков [8, 9]. Конструкция пружины должна удовлетворять ограничениям по минимальному отклонению, напряжению сдвига, частоте колебаний и ограничениям на внешний диаметр. Математическая постановка задачи:

$$f(x)=(x_3+2)\cdot x_1^2\cdot x_2,$$

$$g^1(x)=1-\frac{x_2^3\cdot x_3}{71875\cdot x_1^4}\le 0,$$

$$g^2(x)=\frac{4\cdot x_2^2-x_1\cdot x_2}{12566\cdot(x_1^3\cdot x_2-x_1^4)}+\frac{2{,}46}{12566\cdot x_1^2}-1\le 0,$$

$$g^3(x)=1-\frac{140{,}54\cdot x_1}{x_2^2\cdot x_3}\le 0,\; g^4(x)=\frac{x_1+x_2}{1{,}5}-1\le 0,$$

$$D=[0{,}05;2{,}0]\times[0{,}25;1{,}3]\times[2{,}0;15{,}0].$$

Параметры метода, имитирующего спиральную динамику: $NP=30$, $K_{\max}=200$, $\theta=\frac{\pi}{4}$, $r_{\min}=0{,}81$, $r_{\max}=0{,}91$, $c_1=0{,}81$, $c_2=0{,}91$. Коэффициенты штрафной функции: $c_1=6$, $c_2=1$, $c_3=1$, $c_4=0{,}5$. Параметры метода, имитирующего поиск группой людей: $SN=300$, $N=300$, $\mu_{\max}=1$, $\mu_{\min}=0{,}1$. Коэффициенты штрафной функции: $c_1=1$, $c_2=5$, $c_3=0{,}6$, $c_4=0{,}9$. Параметры метода стохастической диффузии: $NP=300$, $I_{\max}=300$, $\omega=0{,}1$, $h=0{,}5$. Коэффициенты штрафной функции: $c_1=1$, $c_2=1$, $c_3=0{,}9$, $c_4=2$. Результаты расчетов приведены в табл. 4.

Решение, найденное в [8]: $x^*=(0{,}05169;0{,}35675;11{,}287126)^T$, $f(x^*)=0{,}012665$, $g^1(x^*)=-9{,}001053$, $g^2(x^*)=0{,}000020$, $g^3(x^*)=-4{,}057026$, $g^4(x^*)=-0{,}727707$.

Таблица 4
Table 4

	Метод, имитирующий спиральную динамику	Метод, имитирующий поиск группой людей	Метод стохастической диффузии
1	2	3	4
x_1^*	0,058324	0,053361	0,051747
x_2^*	0,334061	0,391325	0,359313

Продолжение Таблицы 4

x_3^*	7,193386	11,169096	11,305852
$f(x^*)$	0,010447	0,014674	0,012809
$g^1(x^*)$	0,677572	–0,148538	–0,017679
$g^2(x^*)$	–0,321455	–0,014343	0,002707
$g^3(x^*)$	–9,210934	–3,384644	–3,982344
$g^4(x^*)$	–0,738409	–0,703543	–0,725959

ОБСУЖДЕНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрено применение трех методов «роевого» интеллекта в задачах оптимизации параметров технических систем. Полученные результаты близки к решению, найденному в [8], что свидетельствует об эффективности применения рассматриваемых методов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пантелеев А.В., Метлицкая Д.В., Алешина Е.А. Методы глобальной оптимизации. Метаэвристические стратегии и алгоритмы. М.: Вузовская книга, 2013. 244 с.

2. Eberhart R.C., Kennedy J. A new optimizer using particle swarm theory. Proc. 6th Symp. On Micro Machine and Human Science. IEEE Service Center. Piscataway, NY, 1995.

3. Floudas C.A., Pardalos P.M. (eds.) Encyclopedia of Optimization. Springer, 2009.

4. Tamura K., Yasuda K. Primary study of spiral dynamics inspired optimization. IEEJ Transactions on Electronic Engineering, 2011, vol. 6 (1/2), pp. 132–140.

5. Nasir A.N.K., Tokhi M.O., Grani N.M.A., Ismail R.M.T.R. Novel Adaptive spiral dynamics algorithms for global optimization. Proc. 11*th* Int. Conf. on Cybern. Intel. Systems, 2012, pp. 99–104.

6. Omran M.G.H., Moukadem I., Salah Al-Sharhan, Kinawi M. Stochastic Diffusion Search for Continuous Global Optimization. Proc. Int. Conf. on swarm intelligence, ICSI, 2011, id-13.

7. Tuba M., Brajevic I., Jovanovic R. Hybrid Seeker Optimization Algorithm for Global Optimization. Appl. Math. Inf. Sci. 2013, vol. 7, no. 3, pp. 867–875.

8. Cagnina L.C., Esquivel S.C. Solving Engineering Optimization Problems with the Simple Constrained Particle Swarm Optimizer. *Informatica*, 2008, no. 32, pp. 319–326.

9. Arora J. Introduction to Optimum Design. McGraw-Hill, 1989.

10. Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации. Практический курс. М.: Логос, 2011. 424 с.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

Пантелеев Андрей Владимирович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математической кибернетики факультета «Прикладная математика и физика» Московского авиационного института (национального исследовательского университета), avpanteleev@inbox.ru.

Евдокимова Мария Дмитриевна, магистрант факультета прикладной математики и физики Московского авиационного института (национального исследовательского университета), md.evdokimova@yandex.ru.

SOLVING ENGINEERING OPTIMIZATION PROBLEMS WITH THE SWARM INTELLIGENCE METHODS

Andrei V. Panteleev[1], Maria D. Evdokimova[1]
[1]*Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia*

ABSTRACT

An important stage in problem solving process for aerospace and aerostructures designing is calculating their main characteristics optimization. The results of the four constrained optimization problems related to the design of various technical systems: such as determining the best parameters of welded beams, pressure vessel, gear, spring are presented. The purpose of each task is to minimize the cost and weight of the construction. The object functions in optimization practical problem are nonlinear functions with a lot of variables and a complex layer surface indentations. That is why using classical approach for extremum seeking is not efficient. Here comes the necessity of using such methods of optimization that allow to find a near optimal solution in acceptable amount of time with the minimum waste of computer power. Such methods include the methods of Swarm Intelligence: spiral dynamics algorithm, stochastic diffusion search, hybrid seeker optimization algorithm. The Swarm Intelligence methods are designed in such a way that a swarm consisting of agents carries out the search for extremum. In search for the point of extremum, the particles exchange information and consider their experience as well as the experience of population leader and the neighbors in some area. To solve the listed problems there has been designed a program complex, which efficiency is illustrated by the solutions of four applied problems. Each of the considered applied optimization problems is solved with all the three chosen methods. The obtained numerical results can be compared with the ones found in a swarm with a particle method. The author gives recommendations on how to choose methods parameters and penalty function value, which consider inequality constraints.

Key words: Swarm Intelligence, optimization methods, global extremum, penalty function.

REFERENCES

1. **Panteleev A.V., Metlitskaya D.V., Aleshina E.A.** *Metody global'noi optimizatsii. Metaevristicheskie strategii i algoritmy* [Global optimization methods, Metaheuristic strategies and algorithms]. Moscow, Vuzovskaya kniga, 2013, 244 p. (in Russian)

2. **Eberhart R.C., Kennedy J.** A new optimizer using particle swarm theory. Proc. 6th Symp. On Micro Machine and Human Science. IEEE Service Center. Piscataway, NY, 1995.

3. **Floudas C.A., Pardalos P.M.** (eds.) Encyclopedia of Optimization. Springer, 2009, 675 p.

4. **Tamura K., Yasuda K.** Primary study of spiral dynamics inspired optimization. IEEJ Transactions on Electronic Engineering. Vol. 6 (1/2), 2011, pp. 132–140.

5. **Nasir A.N.K., Tokhi M.O., Grani N.M.A., Ismail R.M.T.R.** Novel Adaptive spiral dynamics algorithms for global optimization. Proc. 11*th* Int. Conf. on Cybern. Intel. Systems. 2012. Pp. 99–104.

6. **Omran M.G.H., Moukadem I., Salah Al-Sharhan, Kinawi M.** Stochastic Diffusion Search for Continuous Global Optimization. Proc. Int. Conf. on swarm intelligence, ICSI, 2011, id-13.

7. **Tuba M., Brajevic I., Jovanovic R.** Hybrid Seeker Optimization Algorithm for Global Optimization. Appl. Math. Inf. Sci. 2013, vol. 7, no. 3, pp. 867–875.

8. **Cagnina L.C., Esquivel S.C.** Solving Engineering Optimization Problems with the Simple Constrained Particle Swarm Optimizer. Informatica, 2008, no. 32, pp. 319–326.

9. **Arora J.** Introduction to Optimum Design. McGraw-Hill, 2004. 728 p.

10. **Panteleev A.V., Letova T.A.** *Metody optimizatsii* [Optimization methods]. Moscow, Logos, 2011. 424 p. (in Russian)

INFORMATION ABOUT THE AUTHORS

Andrei V. Panteleev, Doctor of Science, Professor, Head of Mathematics and Cybernetics Department, Moscow Aviation Institute (National Research University), avpanteleev@inbox.ru.

Maria D. Evdokimova, postgraduate student of Applied Mathematics and Physics Department, Moscow Aviation Institute (National Research University), md.evdokimova@yandex.ru.